

VISIONE INDUSTRIALE

La decomposizione ai valori singolari per l'analisi di immagini

LA SINGULAR VALUE DECOMPOSITION (SVD) È UNA TECNICA AMPIAMENTE UTILIZZATA PER DECOMPORRE UNA MATRICE IN MATRICI DI COMPONENTI DIVERSE, ESPONENDO MOLTE DELLE PROPRIETÀ UTILI ED INTERESSANTI DELLA MATRICE ORIGINALE. LA DECOMPOSIZIONE DI UNA MATRICE È SPESSO CHIAMATA FATTORIZZAZIONE.

dealmente, la matrice viene decomposta in un insieme di fattori (spesso ortogonali o indipendenti). La Decomposizione ai Valori Singolari (SVD) è detta essere un argomento significativo nell'algebra lineare. SVD possiede molti valori pratici e teorici; la caratteristica speciale della SVD è che può essere eseguita su qualsiasi matrice reale (m, n).

Proprietà della SVD

Ci sono molte proprietà ed attributi sulla SVD:

1. I valori singolari $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ sono unici, tuttavia, le matrici U e V non sono uniche;
2. Da $A^T A = V^T S^T S V^T$, quindi V diagonalizza $A^T A$, permette che i vettori v_j 's sono autovettori di $A^T A$.
3. Da $A A^T = U S S^T U^T$, quindi ne consegue che U diagonalizza $A A^T$ e che

i vettori u_i 's sono autovettori di $A A^T$.
 4. Se A è di rango r allora v_1, v_2, \dots, v_r rappresentano una base ortonormale per l'immagine di A^T , $R(A^T)$, e u_1, u_2, \dots, u_r rappresentano una base ortonormale per l'immagine di A, $R(A)$.
 5. Il rango della matrice A è uguale al suo numero di valori singolari diversi da zero (2).

Metodologia della SVD applicata alla trasformazione di immagini

Un'immagine può essere definita come una funzione bi-dimensionale $f(x, y)$ (immagine 2D), dove x e y sono coordinate dello spazio, e l'ampiezza di f in coppia di (x, y) è il tono di grigio dell'immagine in quel punto. Per esempio, un'immagine a toni di grigio può essere rappresentata come:

f_{ij} , dove $f_{ij} \in [0, 1]$

dove x, y ed il valore di ampiezza di f sono quantità finite e discrete; l'immagine è chiamata "immagine digitale". L'insieme finito di valori digitali sono chiamati picture elements o pixels.

Approccio SVD per la Compressione di Immagini

La compressione dell'immagine affronta il problema della riduzione della quantità di dati necessari per rappresentare un'immagine digitale. La compressione si ottiene rimuovendo i tre dati di ridondanza base: 1) codifica di ridondanza, che è presente quando la codifica non è ottima; 2) ridondanza tra pixel, che deriva dalle correlazioni tra i pixel; 3) ridondanza psico-visuale, che è dovuta ai dati ignorati dalla vista umana (3). In molte applicazioni, i valori singolari di una matrice diminuiscono rapidamente con il crescere del rango.

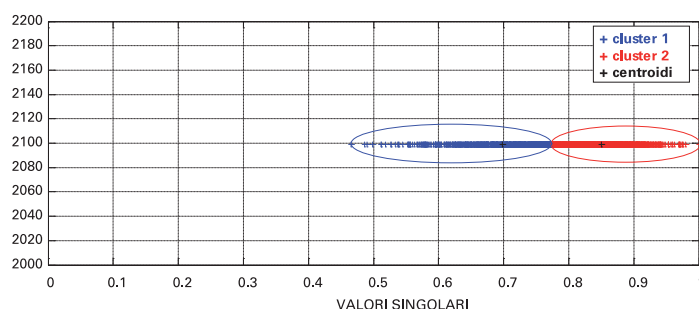


Figura 1

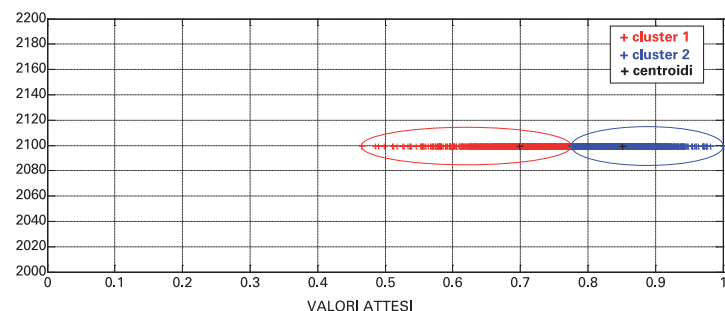


Figura 2