

## Valutare gli errori di forma

In ambito meccanico la valutazione e il controllo degli errori di forma assumono un ruolo fondamentale per garantire i requisiti funzionali degli organi di macchine. Diventa perciò necessario valutare gli errori di forma nella maniera più precisa e rapida possibile. La norma ISO 1101 [1] definisce una tolleranza applicata a una geometria come: "la zona di tolleranza all'interno della quale la geometria deve essere contenuta".

La norma afferma inoltre che partendo da una nuvola di punti campionati sul pezzo, si debba generare una geometria sostitutiva con la quale confrontare la geometria reale per il calcolo degli errori di forma e delle tolleranze geometriche, relative a planarità, circolarità, sfericità ecc.

La nostra attenzione si è rivolta al caso specifico di geometrie circolari e quindi all'errore di circolarità, definito come segue: "l'errore di circolarità è pari alla distanza radiale tra due cerchi concentrici: il più grande cerchio inscritto e il più piccolo circoscritto al profilo".

Avere misure precise sull'errore di circolarità è molto importante vista la varietà di parti meccaniche aventi questa geometria.

Attualmente gli algoritmi più utilizzati per determinare gli errori di forma sono:

- ▶ least-square circle (LSC);
- ▶ maximum inscribed circle (MIC);
- ▶ minimum circumscribed circle (MCC);
- ▶ minimum zone tolerance (MZT).

### Le tecniche

Con la prima delle tecniche elencate [2], un cerchio viene adattato al profilo usando il metodo dei minimi quadrati. Il centro di questo cerchio è usato per creare il più piccolo cerchio circoscritto e il più grande

Ridurre gli scarti dovuti agli errori di forma valutando la minima zona di tolleranza: stato dell'arte e potenzialità degli algoritmi genetici

cerchio inscritto al profilo. La differenza radiale tra questi due cerchi è proprio l'errore di circolarità. Il metodo dei minimi quadrati è il metodo più comune per calcolare l'errore di circolarità. Questa tecnica è ampiamente usata nelle macchine di misura a coordinate (CMM) per la semplicità della sua applicazione.

Sfortunatamente l'errore di circolarità che si ottiene non è quello ottimo; è probabile infatti una sovrastima dell'errore di forma. Pertanto, anche se gli algoritmi usati dalle macchine di misura a coordinate scartano con successo parti non buone, essi possono anche scartare qualche pezzo che rispetti le tolleranze richieste dal disegno.

Con i metodi MIC e MCC [3], vengono calcolati rispettivamente il più grande cerchio inscritto e il più piccolo cerchio che contiene il profilo. Quindi i centri di queste circonferenze sono utilizzati per trovare il più piccolo cerchio circoscritto nel caso del primo metodo e il più grande cerchio inscritto con l'altro metodo.

Per fare questo basta trovare il punto della nuvola più distante dal centro nel caso del MIC e il meno distante nel caso del MCC. La distanza radiale tra i due cerchi concentrici del metodo MIC è l'errore di circolarità cercato. Analogamente per il metodo MCC. Il metodo MZT consiste nel definire due cerchi concentrici, con la minima distanza radiale, che contengono il profilo e permette di ottenere una soluzione ottima oltre che corretta perché la geometria sostitutiva con la minima separazione radiale massimizza la probabilità che l'oggetto rispetti la tolleranza di circolarità.

Quindi l'utilizzo di questo metodo riduce il numero dei pezzi scartati in quanto fuori tolleranza secondo LSC, MIC o MCC.

Gli ultimi metodi citati, richiedendo soluzioni per via iterativa, dipendono fortemente dalle condizioni iniziali per arrivare alla soluzione di minimo. Per questo la soluzione trovata con l'LSC viene spesso utilizzata come punto di inizio per gli altri metodi [4].

### Il criterio della Minima Zona di Tolleranza

La norma ISO/TS 12181-2:2001 [5] suggerisce di applicare proprio il criterio della Minima Zona di Tolleranza per valutare gli errori di circolarità.

Lo svantaggio della tecnica basata sul metodo MZT è che viene richiesta la soluzione di un problema fortemente non lineare. A causa della complessità del problema per la soluzione sono richiesti degli strumenti matematici avanzati; come conseguenza di questo il costo computazionale aumenta in maniera più che proporzionale con il numero di dati campionati ed è sempre maggiore rispetto a quello richiesto dagli altri metodi citati.

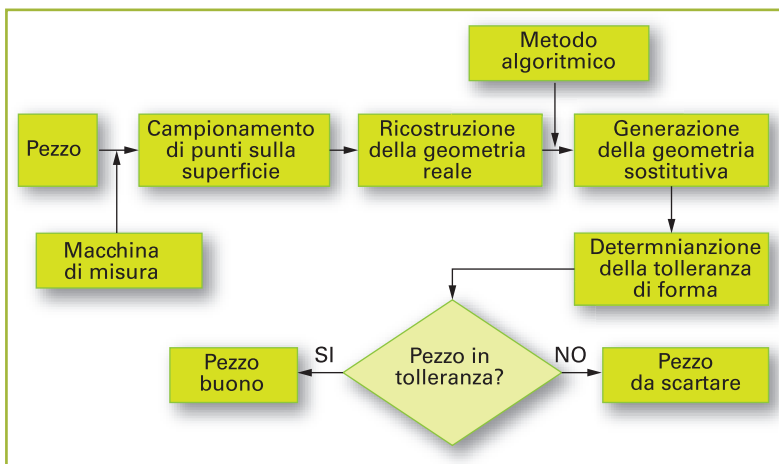


Figura 1 - Schema generale dell'ispezione di tolleranze di forma

Diverse soluzioni sono state proposte negli anni da ricercatori e studiosi di tutto il mondo.

## Panoramica generale sui metodi di soluzione

Vengono di seguito riportati alcuni dei metodi proposti reperibili in letteratura.

**Carr e Ferreira** [6] mettono in luce le principali difficoltà che si incontrano nel valutare gli errori di forma, proponendo anche un algoritmo alternativo. Questo consiste in una implementazione lineare che converge alla soluzione del sopraccitato problema nonlineare in maniera iterativa. A conferma di quanto detto precedentemente anche Carr e Ferreira dimostrano che l'aumento del numero dei punti campionati porta a un aumento del costo computazionale e quindi del tempo di calcolo. A conclusione di tale articolo, viene mostrato come i nuovi algoritmi riescano a scartare meno pezzi buoni rispetto a quelli 'tradizionali', e ciò si traduce in un risparmio in termini di costi di produzione.

**M. Wang e altri** [7] presentano e analizzano un metodo generalizzato nonlineare che in base a condizioni necessarie e sufficienti ottimizza la procedura di calcolo. Nell'articolo viene descritto un metodo di analisi infinitesima per determinare le caratteristiche della funzione circolare nelle vicinanze della soluzione ottima locale. Per ottenere la soluzione ottima locale, gli autori, hanno sviluppato una condizione necessaria e sufficiente, mentre per raggiungere la soluzione ottima globale hanno individuato una condizione soltanto sufficiente. La procedura proposta nell'articolo permette di raggiungere l'obiettivo dichiarato in tempi ragionevoli e con un costo computazionale molto basso rispetto alle tecniche fin a quel momento conosciute.

**Takamasu e altri** [8] hanno effettuato uno studio sulla relazione che

esiste tra numero di punti campionati sul pezzo e metodo di calcolo delle tolleranze. Paradossalmente l'articolo mostra come nel caso di pochi punti campionati (10-20) risulti più efficace l'utilizzo della tecnica dei minimi quadrati piuttosto che quello della Minima Zona di Tolleranza. Questo dipende dal fatto che il primo metodo è più accurato quando si hanno a disposizione poche informazioni sul profilo a cui va associata la tolleranza. D'altro canto l'utilizzo dei minimi quadrati genera problemi per la scelta del modello della feature nominale. Infatti nel caso di pochi punti a disposizione e di grande dispersione degli stessi, risulta difficile determinare un modello appropriato per interpolare i punti. La tesi dichiarata nell'articolo è avvalorata da una serie di prove effettuate su insiemi di punti campionati.

**Qiu e altri** [9] propongono di aggirare il problema della complessità dell'MZT lavorando su un profilo approssimato al posto del profilo nominale; ciò risulta essere molto pratico nelle applicazioni ingegneristiche reali. Un esempio bidimensionale di metodo operativo consiste nell'approssimare il profilo circolare di un oggetto con una serie di archi di cerchio

interpolanti tale profilo. È stato provato che la differenza tra l'errore di forma rilevato con questo metodo, rispetto a quello basato sul contorno reale è accettabile. È stato inoltre mostrato che tale validità non si ferma soltanto a profili circolari, ma anche a forme con tratti rettilinei a patto di approssimare tali zone con l'insieme di tratti rettilinei e segmenti di archi circolari.

**Rossi** [10] [11] pone l'attenzione sugli aspetti riguardanti il campionamento dei punti: il numero e la posizione sul profilo.

In particolare cerca di stabilire il legame tra questi e la successiva determinazione dell'errore di forma in termini di costo computazionale e precisione di stima. Per quanto riguarda il miglioramento dell'accuratezza dei risultati ottenibili si può procedere ad aumentare il numero di punti campionati. Il miglioramento ottenibile è però in gran parte vanificato dall'aumento del tempo necessario per l'analisi dei dati. Rossi propone quindi un metodo per il posizionamento dei punti misurati finalizzato a ridurre il numero necessario per ottenere una stima accurata dell'errore di forma del pezzo.

Questo metodo prevede vantaggi nel caso in cui si vadano a ispezionare pezzi della stessa forma, ottenuti con la stessa lavorazione: se all'inizio necessario di un elevato numero di punti per poter avere una stima accettabile dell'errore di forma, in seguito ho bisogno di meno punti per avere la stessa accuratezza nella valutazione. Questo porta a minimizzare il tempo di ispezione. Tale riduzione è resa possibile dall'uso delle informazioni derivanti dai primi pezzi per predire l'errore di forma dei seguenti e di conseguenza modificare la distribuzione dei punti campionati sulla superficie. Viene così a diminuire il tempo totale, dato dalla somma del tempo di campionamento e di calcolo, in mo-

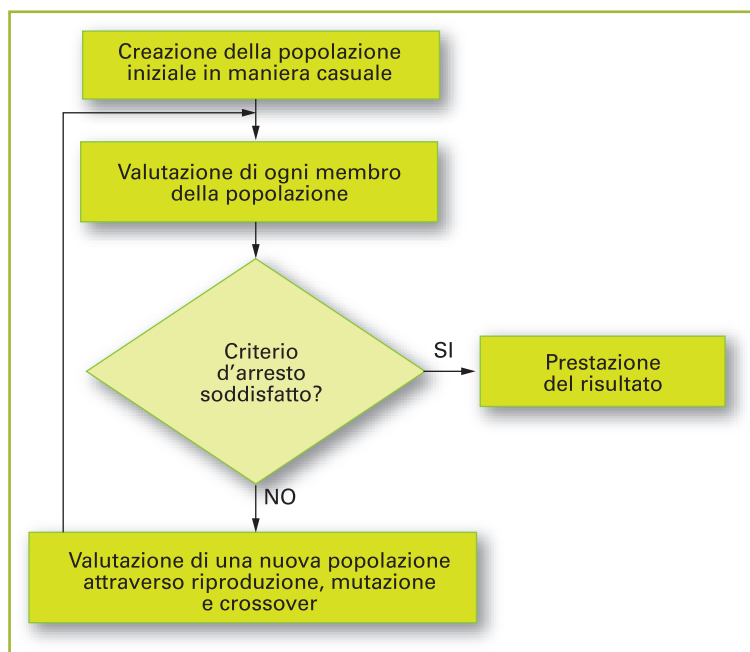


Figura 2 - Meccanismo generale del GA

do da ottimizzare globalmente il processo. **Moroni e Petrò** [12] analizzano gli algoritmi di risoluzione del metodo della Minima Zona di Tolleranza. Questo approccio richiede di risolvere problemi nonlineari; le tecniche di ottimizzazione standard in questi casi portano a soluzioni di minimo locale o a soluzioni non convergenti.

Sono stati quindi proposti e discussi algoritmi alternativi che vengono classificati in quattro categorie:

- ▶ **Computational Geometry based approaches:** insieme di metodi geometrici che spesso ricorrono ai diagrammi di Voronoi; questi garantiscono la soluzione esatta anche se con lunghi tempi di calcolo.
- ▶ **Brute Force algorithms:** l'insieme di punti campionati viene suddiviso in sottogruppi, per ogni sottogruppo viene calcolata la soluzione esatta al problema MZT. La soluzione globale scelta sarà la migliore tra tutte quelle parziali trovate. Al crescere del numero dei punti campionati il costo computazionale aumenta enormemente.
- ▶ **Optimization techniques:** raggruppano tecniche di ottimizzazione come gli algoritmi genetici (GA) e gli ant system.
- ▶ **Approximated approaches:** sono metodi che sacrificano un po' di accuratezza in cambio di costi computazionali inferiori.

**Zhu e altri** [13] hanno presentato un algoritmo di tipo steepest descent per la valutazione della circolarità.

**Murthy e Abidin** [14] hanno proposto l'impiego dell'algoritmo del semplice bidimensionale per valutare in modo preciso varie geometrie includendo la circolarità basata sul metodo MZT. Il metodo del semplice e il metodo steepest descent, sono veloci e facili da sviluppare, ma non garantiscono una soluzione di minimo globale per problemi non convessi (ovvero problemi con più massimi e minimi locali).

**Xiong** [15] ha sviluppato un modello matematico generale e un algoritmo per calcolare differenti tipi di tolleranze di forma, compresa la circolarità; vengono utilizzati metodi di programmazione lineare e algoritmi di scambio. A causa

dell'utilizzo di un'approssimazione limaçon per rappresentare la circonferenza, non è garantita la soluzione ottima.

Una strategia di approssimazione basata su una rappresentazione geometrica per la valutazione della Minima Zona di Tolleranza è stata proposta da **Lai e Chen** [16]. La strategia impiega una trasformazione nonlineare per convertire un cerchio in una linea e quindi valutarne l'errore di linearità per ottenere la Minima Zona di Tolleranza per la geometria di partenza.

**Y.Wang** [17] propone un algoritmo multiscopo per ottimizzazioni di problemi nonlineari vincolati come quello della Minima Zona di Tolleranza. Wang usa una tecnica simile al metodo della programmazione sequenziale quadratic verificando poi se una soluzione ottima può essere ottenuta in un numero finito di iterazioni.

**Samuel e Shunmugam** [18] hanno definito un'approssimazione basata sulla geometria computazionale per valutare l'errore di circolarità (limaçon); con metodi geometrici la soluzione ottima globale viene individuata attraverso la verifica di ogni minimo locale trovato.

**Chang e Lin** [19] hanno usato il metodo di simulazione Monte Carlo per valutare l'errore di circolarità.

Un'altra soluzione è quella di utilizzare il diagramma di Voronoi come descritto da **Roy e Zhang** [20]; il metodo porta a una stima molto accurata dell'errore di forma, ma comporta un alto costo computazionale.

### Algoritmi genetici

Una categoria di promettenti metodi di soluzione per il problema dell'MZT sono gli algoritmi meta-euristici, in particolare gli algoritmi genetici (GA). Essi costituiscono una classe di metodi di ricerca specializzata per risolvere e ottimizzare problemi complessi. Gli algoritmi genetici sono stati proposti per la prima volta da John Holland [21].

Questi algoritmi differiscono fortemente come concezione dagli altri metodi di ricerca/ottimizzazione. La differenza principale è che mentre i metodi classici processano sempre un solo punto alla volta nello spazio di ricerca delle so-

luzioni, gli algoritmi genetici mantengono una popolazione di potenziali soluzioni effettuando quindi una ricerca multidirezionale.

Ogni potenziale soluzione è un individuo della popolazione ed è rappresentato dai cromosomi. Questi algoritmi operano sui cromosomi, che rappresentano le caratteristiche ereditarie degli individui, per mezzo dei seguenti operatori genetici: *Reproduction*, *Crossover*, *Mutation*. In ogni generazione, gli operatori genetici sono applicati per selezionare gli individui della popolazione corrente al fine di creare una nuova generazione.

Una funzione di fitness è assegnata a ogni individuo allo scopo di rispecchiare quanto bene una soluzione rispetti i requisiti del problema dato. La funzione fitness permette di mantenere solo soluzioni buone.

Al fine della valutazione della tolleranza di circolarità ogni individuo è rappresentato da un solo cromosoma costituito da due geni. Essi rappresentano rispettivamente la coordinata "x" e "y" del centro dei due cerchi concentrici, uno inscritto e l'altro circoscritto alla nuvola di punti acquisita precedentemente con la CMM, che andranno a definire la Minima Zona di Tolleranza.

Quindi la popolazione rappresenta un insieme di possibili soluzioni per il problema MZT, cioè le possibili coordinate del centro della Minima Zona di Tolleranza. Esplorando lo spazio di ricerca l'algoritmo mira a trovare le circonferenze inscritta e circoscritta, al profilo campionato, con la minima distanza radiale.

In letteratura sono disponibili alcuni esempi di impiego di algoritmi genetici per il calcolo di tolleranze di forma.

### Applicazione degli algoritmi genetici

**Sharma e altri** [22] hanno impiegato un algoritmo genetico classico per la valutazione di diverse classi di tolleranze di forma come: planarità, linearità, circolarità e cilindricità. Il metodo viene testato su diversi profili campionati, però utilizzando un numero relativamente basso di punti.

**Wene altri** [23] propongono un algoritmo ge-

netico modificato che non richiede il settaggio dei parametri genetici. Questo algoritmo è stato implementato in real-code; solo gli operatori di riproduzione e crossover sono applicati alla popolazione di individui, escludendo quindi la mutazione.

L'algoritmo proposto è robusto ed efficiente, ma adatto solo per quantità relativamente basse di punti campionati sul profilo, indicativamente attorno a 100;

## Conclusioni

Tra gli algoritmi di calcolo delle tolleranze l'unico che garantisce di non avere scarto di pezzi buoni è l'MZT; purtroppo a questo vantaggio si associano diverse difficoltà per la determinazione della soluzione. Uno dei principali problemi è l'elevato tempo di calcolo richiesto; questo è un grosso freno all'uso dell'MZT vista l'attenzione, posta in ambito industriale, all'eliminazione o riduzione dei tempi passivi.

Alla luce di ciò la ricerca nell'ambito di algoritmi per la soluzione del problema della Minima Zona di Tolleranza ha una forte importanza.

Molti sforzi sono stati fatti ma non sembra an-

cora esistere un metodo che coniughi efficienza ed efficacia. Il metodo che sembra più promettente a oggi è quello dell'impiego di algoritmi meta-euristici come algoritmi genetici o ant colony optimization (ACO), che possono essere ulteriormente sviluppati attraverso l'ottimizzazione dei parametri funzionali del metodo (selezione del tipo di operatore, selezione del range di valori ottimali per ciascun operatore, ecc..) e l'introduzione di nuovi meccanismi per gli operatori genetici.

## Ringraziamenti e bibliografia

Ricerca bibliografica sviluppata dagli studenti Antonetti e Barloscio nell'ambito dell'insegnamento di Studi di Fabbricazione del Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Meccanica anno accademico 2008-09, presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Pisa.

- [1] International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, ISO 1101, Geometrical Product Specifications (GPS)-tolerances of form, orientation, location and run out, 2nd ed.; December 2004.
- [2] A.B. Forbes, Least-squares best-fit geometric elements, NPL Rep DITC 140/89, National Physics Laboratory, UK, April 1989.
- [3] W.Y. Jywe, C.H. Liu, C.K. Chen, The min-max problem for evaluating the form error of a circle, *Measurement* 26 (1999) 273-282.
- [4] M.C. Chen, D.M. Tsai, H.Y. Tseng, A stochastic optimization approach for roundness measurements, *Pattern Recognition Letters* 20 (1999) 707-719.
- [5] International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, ISO/TS 12181-2: Geometrical Product Specifications (GPS)-Roundness-Part 2: Specification operators, 1st ed.; December 2001.
- [6] K. Carr, P. Ferreira, Verification of form tolerances. Part I-II, *Precision Engineering* 17 (1995) 131-156.
- [7] M. Wang, S.H. Cheraghi, A.S.M. Masud, Circularity error evaluation theory and algorithm, *Precision Engineering* 23 (1999) 164-176.
- [8] K. Takamasu, R. Furutani, S. Ozono, Basic concept of feature-based metrology, *Measurement* 26 (1999) 151-156.
- [9] H. Qiu, K. Cheng, Y. Li, Y. Li, J. Wang, An approach to form deviation evaluation from CMM measurement of 2D curve contours, *Jou Materials Processing Technology* 107 (2000) 119-126.
- [10] A. Rossi, A minimal inspection sampling technique for

roundness evaluation, Prime 2001 1st CIRP International Seminar on Progress in Innovative Manufacturing Engineering, Sestri Levante, Italy (June 2001).

- [11] A. Rossi, A form of deviation-based method for coordinate measuring machine sampling optimization in an assessment of roundness, *Proc Instn Mech Engrs, Part B, Journal of Engineering Manufacture*, Vol 215 (2001) 1505-1518.
- [12] G. Moroni, S. Petrò, Geometric tolerance evaluation: A discussion on minimum zone fitting algorithms, *Precision Engineering* 32 (2008) 233-237.
- [13] L.M. Zhu, H. Ding, Y.L. Xiong, A steepest descent algorithm for circularity evaluation, *Compute Aided Design* 35 (2003) 255-265.
- [14] T.S.R. Murthy, S.Z. Abdin, Minimum zone evaluation of surface, *International Journal of Machine Tool Design and Research* 20(2) (1980) 123-136.
- [15] Y.L. Xiong, Computer aided measurement of profile error of complex surfaces and curves: theory and algorithm, *International Journal Machine Tools and Manufacture* 30 (1990) 339-357.
- [16] J. Lai, I. Chen, Minimum zone evaluation of circles and cylinders. *International Journal of Machine Tools and Manufacturing* 36(4) (1995) 435-51.
- [17] Y. Wang, Application of Optimization Techniques to Minimum Zone Evaluation of Form Tolerances. Quality assurance through integration of manufacturing process and systems. ASME PRD-vol. 56 (1992).
- [18] G.L. Samuel, M.S. Shunmugam, Evaluation of circularity from coordinate and form data using computational geometric techniques, *Precision Engineering* 24 (2000) 251-263.
- [19] H. Chang, T.W. Lin, Evaluation of Circularity Tolerance Using Monte Carlo Simulation for Coordinate Measuring Machines, *International Journal of Production Research* v31 (1992) 2079-2086.
- [20] U. Roy, X. Zhang, Establishment of a pair of concentric circles with the minimal radial separation for assessing roundness error, *Computer Aided Design* 24(2) (1992) 161-168.
- [21] J. Holland *Adaptation in Natural and Artificial System*, Ann Arbor, MI: The University of Michigan Press (1975).
- [22] R. Sharma, K. Rajagopal, S. Anand, A genetic algorithm based approach for robust evaluation of form tolerances, *Journal of Manufacturing Systems* v19-n1 (2000) 46-57.
- [23] X. Wen, Q. Xia, Y. Zhao, An effective genetic algorithm for circularity error unified evaluation, *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 46 (2006) 1770-1777.

